دانشگاه گنبدکاووس
نشریه "حفاظت زیست‌بوم گیاهان"
دوره هشتم، شماره هفدهم
http://pec.gonbad.ac.ir

علمی-پژوهشی

بررسی مدل‌های آلومتریک در برآورد ارتفاع گونه صنوبر (*Populusdeltoides*)

طوبی عابدی[1]، رؤیا عابدی[2*]

[1]عضو هیأت علمی پژوهشکده محیط‌زیست جهاد دانشگاهی، رشت
[2]استادیار گروه جنگلداری، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی اهر، دانشگاه تبریز، اهر

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۱/۱۲ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۶/۲۴

چکیده

یکی از مهم‌ترین موضوعات در زمینه بیومتری جنگل، استفاده از توابع آلومتریک برای برآورد ارتفاع درخت با استفاده از مدل‌های قطر برابر سینه- ارتفاع است. معمولاً اندازه‌گیری ارتفاع کل درختان نسبت به قطر برابر سینه، فرآیندی پیچیده و زمان‌بر است. در روابط آلومتریک قطر برابر سینه به‌طور مستقیم از تنه درخت اندازه‌گیری می‌شود اما ارتفاع درخت برآوردی از مدل آلومتریک است که درصورت صحت مدل‌هایایجادشده، کاربرد آن‌ها نیز با دقت بیشتری همراه خواهد بود. به‌همین دلیل امروزه مدل‌های قطر - ارتفاع به‌عنوان عنصری مهم در مدیریت و پایش جنگل موردتوجه قرارگرفته است. ازاین‌رو در مطالعه حاضر، ارزیابی کارایی مدل‌های آلومتریک در برآورد ارتفاع گونه صنوبر (*Populusdeltoides*) موردمطالعه قرار گرفت. به این منظور از ۳۲ مدل آلومتریک استفاده شد و به‌منظور برآورد صحت هر یک از مدل‌ها از معیارهای ضریب تبیین، خطای استاندارد، معیار آکائیک، ریشه میانگین مربع خطا، درصد ریشه میانگین مربع خطا، اریبی و درصد اریبی استفاده شد. نتایج نشان داد که پنج مدل لوچ، راتکووسکی، هایپربولیک ۲، هایپربولیک ۳ و هندسی تعدیل‌شده توانستند ارتفاع درختان صنوبر (متغیر وابسته) را برحسب قطر برابر سینه (متغیر مستقل) با بیشترین مقدار ضریب تبیین (۰/۸۳۰-۰/۸۲۹)، کمترین خطای استاندارد (۱/۷۵۸-۱/۷۵۶) و کمترین RMSE (۰/۷۴۷- ۰/۶۸۲ متر)، درصد RMSE (۳/۵۱۱-۳/۱۷۷ درصد)، Bias (۰/۳۳۱- تا ۰/۰۷۶-) و درصد Bias (۱/۵۵۸ – ۰/۳۵۲ درصد) برآورد کنند. همچنین نتایج آزمون آماری t نشان داد که بین مقادیر پیش‌بینی‌شده ارتفاع برحسب این مدل‌ها و مقادیر اندازه‌گیری‌شده واقعی تفاوت معنی‌داری وجود نداشت و این مدل‌ها توانستند ارتفاع درختان صنوبر را بدون اختلاف معنی‌داری با ارتفاع واقعی برآورد کنند.

واژه‌های کلیدی: **درختکاری، صنوبر، مدل قطر – ارتفاع، مدل‌سازی**

*نویسنده مسئول: royaabedi@tabrizu.ac.ir

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

مقدمه

صنوبر (*Populusdeltoides*) به‌دلیل سرعت رشد، دوره بهره‌برداری کوتاه، پراکنش گسترده، تنوع ژنتیکی، قابلیت هیبرید بالا و تولید بیوماس چوبی بالا به‌عنوان اولویت در درختکاری‌های دنیا مورداستفاده قرار می‌گیرد (Guo and Zhang, 2010). ازاین‌روکاشت صنوبر در نقاط مختلف ایران به‌منظور افزایش سطح جنگل‌کاری و جلوگیری از روند تخریب جنگل‌های موجود، ایجاد درآمد، اشتغال و توسعه فضای سبز موردتوجه خاصیقرارگرفته است (پربار و همکاران، ۱۳۹۶). از طرف دیگر چوبصنوبریککالایراهبردیمحسوبمی‌شودو مادهاولیهبسیاریازصنایعاست (حسین‌زاده و همکاران، ۱۳۹۵).

مدیریت پایدار و برنامه‌ریزی صحیح منابع جنگلی اعم از جنگل‌های طبیعی و دستکاشت به اطلاعات دقیق و باکیفیت از وضعیت حال و آینده جنگل نیازمند است. به‌همین دلیل کسب اطلاعاتی دقیق و به‌هنگام از وضعیت کمّیمنابعجنگلی در برنامه‌ریزی و مدیریت صحیح این منابع، از اولویت زیادی برخوردار است. مشخصه‌های قطر برابر سینه و ارتفاع درختان، از مهم‌ترین مؤلفه‌هایموردنیاز در آماربرداری جنگل هستند (عالمی و همکاران، ۱۳۹۷؛ Eby et al., 2017). آلومتری روشی است که امروزه درزمینه تأمین این اطلاعات بسیار خوب عمل کرده است (Ercanli et al., 2015). در معادلات آلومتری با استفاده از اندازه‌گیرییک ویژگی، سایر ویژگی‌ها در قالب معادلات ریاضی توصیف می‌شوند. به این صورت که می‌توان با اندازه‌گیری متغیرهای مستقل درخت مانند قطر برابر سینه که ساده‌ترین، عمومی‌ترین و درعین‌حال مهم‌ترین پارامتر قابل‌اندازه‌گیری درخت در آماربرداری جنگل محسوب می‌شود و نیز دارای رابطه و همبستگی نزدیکی با سایر پارامترهای درخت شامل حجم چوب، ارتفاع و بیوماس است، با صحت نسبی به سایر ویژگی‌های درخت ازجمله ارتفاع، بیوماس و غیره دست‌یافت (دریایی و سهرابی، ۱۳۹۴؛ Ercanli et al., 2015). یکی از مهم‌ترین موضوعات درزمینه بیومتری جنگل استفاده از این توابع آلومتریک برای برآورد ارتفاع درخت در مدل‌های غیرخطی برحسب قطر برابر سینه است. معمولاً اندازه‌گیری ارتفاع کل درختان فرآیندی پیچیده، زمانبر، پرهزینه نسبت به قطر برابر سینه است. در روابط آلومتریک قطر برابر سینه به‌طور مستقیم از درخت اندازه‌گیری می‌شود اما ارتفاع درخت برآوردی از مدل آلومتریک است. استفاده از مدل‌های آلومتریک امکان پایش مدیریتی برای توسعه توده‌ها را به‌راحتی فراهم می‌سازند. همچنین این مدل‌ها امکان محاسبه بیوماس زمینی و ذخیره کربن را که امروزه از مهم‌ترین مباحث مدیریت جنگل‌ها هستند، فراهم می‌کنند بنابراین نقش مهمی در تصمیم‌گیری برای مدیریت پایدار جنگل‌های طبیعی و دست‌کاشت دارند (Eby et al., 2017). از مهم‌ترین عواملی که مدل‌سازی را توجیه می‌کند، کاربرد مدل برای مدیریت بهتر جنگل است. به‌این‌ترتیب که مدل‌هایایجادشده، برای محاسبه میزان رویش جنگل، عوامل مؤثر بر آن و پیش‌بینی آینده جنگل استفاده می‌شوند زیرا آماربرداری جنگل

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

شرایط فعلی جنگل را با استفاده از روش‌های مختلف اندازه‌گیری ارزیابی می‌کندکه این اطلاعات در ترکیب با مدل‌های رویشی جنگل برای پیش‌بینی توسعه آینده جنگل و دنبال کردن اهداف توسعه پایدار مهم هستند (بیات و همکاران، ۱۳۹۳). کارایی انواع مدل‌های خطی و غیرخطی به‌منظور برآورد انواع مشخصه‌ها از روی قطر برابر سینه به اثبات رسیده است (Ercanli et al., 2015). مدل‌های آلومتریک قطر و ارتفاع برای پیش‌بینی ارتفاع در مواقعی که تنها قطر درخت در اختیار است و یا در مواردی که تعداد محدودی درخت آماربرداری می‌شود (مانند آنچه در آماربرداری سازمان جنگل‌ها در کشور انجام می‌شود که تنها ارتفاع دو درخت در هر قطعه‌نمونه اندازه‌گیری می‌شود درحالی‌که تمام درختان موردراندازه‌گیری قطر قرار می‌گیرند) بسیار کارآمد خواهند بود. مدل‌های قطر-ارتفاع، کاربردهای زیادی در مدیریت جنگل مانند برآورد بیوماس، ذخیره کربن، موجودی سرپا، تحلیل و تجزیه ساختار توده، تعیین مدل‌های محصول، رویش درختان، تعیین ارتفاع غالب، شاخص رویشگاه، پایداری توده و ارزیابی خسارت دارند(عالمی و همکاران، ۱۳۹۷؛ Eby et al., 2017) و مطالعات متعددی در زمینه توسعه مدل-های غیرخطی به‌منظور برآورد ارتفاع درخت با استفاده از قطر برابر سینه انجام‌شده است.

علیجانی و همکاران (۱۳۹۶) به‌منظور برازش مدل‌های مختلف آماری در طی مراحل مختلف تحولی جنگل (اولیه، بلوغ و پوسیدگی) در راشستان‌های مدیریت نشده در جنگل خیرود، قطر و ارتفاع ۲۵۱ اصله درخت را به‌تفکیک مراحل مختلف تحولی بر اساس اعتبارسنجی ۲۲ مدل رگرسیونی بررسی کردند. نتایج حاصل از بررسیآن‌ها مناسب بودن مدل‌های تابع نسبی و ویبول در مرحله اولیه، نمایی‌اصلاح‌شده در مرحله بلوغ و مدل‌های گومپرتز و ریچاردز در مرحله پوسیدگی را نشان دادند. عالمی و همکاران (۱۳۹۷) مدل‌های غیرخطی قطر و ارتفاع برای گونه توسکا در منطقه رضاییان واقع در جنگل‌های هیرکانی را به‌منظور برآورد دقیق ارتفاع درخت در توده‌ای ناهمسال بررسی کردند. مطالعه ۴۳ مدل رگرسیونی نشان داد که مدل‌های هندسی، هندسی ۲، هایپربولیک ۲، مورگان، مرسر-فلودین و لگاریتمی بر اساس معیارهای ضریب تبیین و مجذور میانگین مربع خطا (RMSE) نتایج مشابه و نزدیک به‌هم داشتند و توانایی خوبی در برآورد ارتفاع درختان جنگلی با دقت مناسبی داشته و بدون اختلاف معنی‌داری در سطح ۹۹ درصد با ارتفاع‌های اندازه‌گیری شده ارزیابی شدند. ابی و همکاران (Eby et al., 2017) مدل‌های مختلف قطر و ارتفاع را برای گونه *Gmelinaarborea* در نیجریه بررسی کردند. آن‌ها مدل‌های ریچاردز، Schnute و هایپربولیک را برای برآورد ارتفاع بر اساس قطر مناسب ارزیابی کردند. کلبی و همکاران(Kalbi et al., 2017) ۱۸ مدل غیرخطی قطر-ارتفاع را برای دستیابی به بهترین مدل برای گونه راش شرقی (*Fagusorientalis*) در جنگل‌های هیرکانی ایران بررسی کردند و بر اساس معیارهای

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

ضریب تبیین، مجذور میانگین مربع خطا و درصد مجذور میانگین مربع خطا، Bias و درصد Bias مدل چاپمن-ریچاردز را دارای بهترین عملکرد نشان دادند.

هدف مطالعه حاضر بررسی کارایی عمومی‌ترین مدل‌های آلومتریک در برآورد ارتفاع گونه صنوبر (*Populusdeltoides*) در درختکاری این‌گونه در استان گیلان بود.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه شامل توده‌های خالصی از درختکاری گونه صنوبر (*Populusdeltoides*) به م ساحت ۱۰۹ هکتار از حوزه آبخیز ۱۷ امامزاده ابراهیم می‌با شد که در طول جغرافیایی ″۴۵ ′۲۲ °۴۹ تا ″۰۶ ′۲۶ °۴۹ شرقی و عرض جغرافیایی ″۱۹ ′۰۶ °۳۷ تا ″۱۵ ′۰۸ °۳۷ شمالیواقع‌شده است. متوسط ارتفاع از سطح دریا در این منطقه ۵۰ متر و بیشترین سطح منطقه در طبقه شیب ۳۰-۰ درصد قرار دارد. ازنظر ویژگی‌های خاکشناسی دارای خاک رسی سنگین با pH ۶/۷-۵/۸ (اسیدی) است. براساس آمار ایستگاه هواشناسی چوبر-شفت، منطقه موردمطالعه دارای میانگین بارندگی سالیانه ۱۴۷۱/۱ میلی‌متر، متوسط درجه حرارت سالیانه ۱۶/۹۸ درجه سانتی‌گراد و میانگین رطوبت نسبی ۸۱/۴۲ درصد می باشد. همچنین مطابق طبقه‌بندی اقلیمی دمارتن، اقلیم منطقه خیلی مرطوب گزارش‌شده است (شکل ۱).

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه

روش پژوهش

به دلیل همگنی شرایط درختکاری در منطقه موردمطالعه، دو قطعه‌نمونه مربعی هر یک به مساحت یک هکتار (۱۰۰ متر × ۱۰۰ متر) با پراکنش کاملاً تصادفی آماربرداری صد درصد شدند.قطر برابر سینه (قطر بیشتر از ۱۲/۵ سانتی‌متر) ۱۴۷۱ صله درخت با استفاده از کالیپر با دقت سانتی‌متر و ارتفاع کل درختان با استفاده از دستگاه شیب سنج سونتو با دقت متر اندازه‌گیری شد (زبیری، ۱۳۷۹).داده‌های به‌دست‌آمده به‌منظور مدل‌سازی و برازش مدل در ابتدا به دودسته تقسیم شدند، به‌طوری‌که ۸۰ درصد درختان (۱۳۷۷ صله درخت) در مدل سازی و ۲۰ در صد باقیمانده (۹۴ صله درخت) در اعتبار سنجی مدل‌های منتخب (جدول ۱) استفاده شدند (Ercanli et al., 2015). به منظور تحلیل داده‌ها نیز مدل‌های آلومتریک قطر - ارتفاع در محیط نرم‌افزارCurveExpertProfessional2.6.5 برنامه‌نویسی شدند.

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

جدول ۱- فهرست مدل‌های آلومتریک مورد استفاده در مطالعه حاضر

	نام مدل	معادله مدل	منبع
۱	استوفلس (Stoffels)	$h = 1.30 + a.DBH^{b}$	(Schreuder et al., 1979; Stage, 1963; Stoffels andVan Soest, 1953)
۲	اکسپونشال (Exponential)	$h = 1.30 + a.e^{(\frac{b}{DBH+c})}$	(Huang et al., 1992; Lumbres et al., 2013; Ratkowsky, 1990)
۳	بورخارت (Burkhart)	$h = 1.30 + a.e^{(\frac{b}{DBH})}$	(Buford, 1986; Burk and Burkhart, 1984; Burkhart and Strub, 1974)
۴	بیتس (Bates)	$h = 1.30 + \left(\frac{a.DBH}{b}\right) + DBH$	Bates and Watts, 1980; Ratkowsky, 1990)
۵	پرودان (Prodan)	$h = 1.30 + \frac{DBH^2}{a.DBH^2 + b.DBH + c}$	(Curtis, 1967; Prodan and Gardiner, 1968)
۶	توانی (Power)	$h = a.DBH^{b}$	(محمدی و شتایی، ۱۳۹۵)
۷	چاپمن-ریچاردز (Chapman-Richards)	$h = 1.30 + a(1 - e^{-b.DBH})^{c}$	(Chapman, 1961; Lumbres et al., 2013; Richards, 1959)
۸	راتکووسکی (Ratkowsky)	$h = 1.30 + a.e^{(\frac{-b}{c+DBH})}$	(Ratkowsky, 1990)
۹	سیبسن (Sibbesen)	$h = 1.30 + a.DBH^{b.DBH^{-c}}$	(Sibbesen, 1981)
۱۰	شنوت (Schnute)	$h = [1.30^{a} + (c^{b} - 1.30^{b})\frac{1 - e^{-a(DBH - DBH_{\min})}}{1 - e^{-a(DBH_{max} - DBH_{\min})}}]^{\frac{1}{b}}$	(Schnute, 1981)
۱۱	کورتیس (Curtis)	$h = 1.30 + a(\frac{DBH}{1 + DBH})^{b}$	(Curtis, 1967; Saramaki, 1992)
۱۲	کورف (Korf)	$h = 1.30 + a.e^{(-b.DBH^{-c})}$	(Stage; 1975; Zeide, 1989)
۱۳	گومپرتز (Gompertz)	$h = a.e^{(-b.e^{-c.DBH})}$	(Winsor, 1932)
۱۴	لارسن (Larson)	$h = 1.30 + 10^{a} + DBH^{b}$	(Larson, 1986)

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

ادامه جدول ۱

۱۵	لجستیک (Logistic)	$h = \frac{a}{1 + b.e^{-c.DBH}}$	(Winsor, 1932)
۱۶	لجستیک تعدیل‌شده (Modified Logistic)	$h = 1.30 + \frac{a}{1 + b^{-1} + DBH^{-c}}$	(Huang et al., 1992; Lumbres et al., 2013; Ratkowsky and Reedy, 1986)
۱۷	لگاریتمی (Logarithmic)	$h = a + b.\ln\ DBH$	(محمدی و شتایی، ۱۳۹۵)
۱۸	لوچ (Loetsch)	$h = 1.30 + \frac{DBH^2}{(a + b.DBH)^2}$	(Loetsch et al., 1973)
۱۹	میر (Meyer)	$h = 1.30 + a\ (1 - e^{(-b.DBH)})$	(Farr et al., 1989; Meyer, 1940; Moffat et al., 1991)
۲۰	نمایی ۱ (Exponential 1)	$h = e^{a+b.DBH^c}$	Larsen and Hann, 1987)
۲۱	نمایی ۲ (Exponential 2)	$h = ae^{\frac{b}{DBH}+C}$	(Huang et al., 1992; Ratkowsky, 1990)
۲۲	نمایی ۳ (Exponential 3)	$h = a(1 - e^{-b.DBH})$	(Farr et al., 1989; Meyer, 1940)
۲۳	نمایی ۴ (Exponential 4)	$h = a.e^{\frac{b}{DBH}}$	(Buford, 1986)
۲۴	واتز (Watts)	$h = 1.30 + (\frac{a.DBH}{DBH + 1}) + (b.DBH)$	(Watts, 1983)
۲۵	وایکف (Wykoff)	$h = 1.30 + e^{(a+\frac{b}{1+DBH})}$	(Wykoff et al., 1982; Schreuder et al., 1979)
۲۶	ویبول (Weibull)	$h = 1.30 + a(1 - e^{-b.DBH^c})$	(Huang et al., 1992; Yang et al., 1978)
۲۷	وینسور (Winsor)	$h = 1.30 + a.e^{(-b.e^{-c.DBH})}$	(Winsor, 1932)
۲۸	هایپربولیک ۱ (Hyperbolic 1)	$h = a + \left(\frac{b}{DBH}\right)$	(محمدی و شتایی، ۱۳۹۵)
۲۹	هایپربولیک ۲ (Hyperbolic 2)	$h = \frac{a.DBH}{b} + DBH$	(Ratkowsky and Reedy, 1986)

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

ادامه جدول ۱

۳۰	هایپربولیک ۳ (Hyperbolic 3)	$h = \frac{DBH^2}{(a + DBH)^2}$	(Huang et al., 1992)
۳۱	هندسیتعدیل‌شده (Modified Geometry)	$h = a + DBH^{(\frac{b}{DBH})}$	(محمدی و شتایی، ۱۳۹۵)
۳۲	یانگ (Yang)	$h = 1.30 + a(1 - e^{(-b.DBH^c)})$	(Yang et al., 1978)

h: ارتفاع برحسب متر؛ DBH: قطر برابر سینه برحسب سانتی‌متر؛ a، b و c: ضرایب عددی مدل

به‌منظور انتخاب بهترین مدل‌های برآورد ارتفاع از معیارهای ضریب همبستگی (r)، ضریب تبیین (r^2)، خطای استاندارد (Standarderror)، معیار آکائیک (AIC) و همچنین برای سنجش مدل‌های انتخاب‌شده در برآورد ارتفاع از معیارهای ریشه میانگین مربع خطا (RMSE)، درصد ریشه میانگین مربع خطا (RMSE%)، اریبی (Bias) و درصد اریبی (Bias%) استفاده شد (Ercanli et al., 2015; Kalbi et al., 2017).

درنهایت مقایسه میانگین‌ها با استفاده از آزمون tجفتی در سطح احتمال ۰/۰۵ بین مقادیر برآورد شده ارتفاع برحسب مدل‌های منتخب و مقادیر اندازه‌گیری‌شده ارتفاع در مجموعه داده‌های اعتبارسنجی (۲۰٪)، در محیط نرم‌افزار SPSS۱۶ انجام شد.

نتایج

نتایج بررسی آمار توصیفی قطر و ارتفاع توده نشان داد که درختان دارای دامنه قطری بین ۱۲ تا ۵۲ سانتی‌متر بودند و میانگین قطر برابر با ۲۹/۴ سانتی‌متر و ارتفاع درختان دارای دامنه ۶ تا ۳۰ متر بود و درختان به‌طور متوسط دارای ارتفاع ۲۰/۳ متر بودند (جدول ۲).

جدول ۲- خلاصه مشخصه‌های آماری کل درختان اندازه‌گیری شده، مدل‌سازی شده و اعتبارسنجی

		تعداد مشاهدات	میانگین (± انحراف معیار)	دامنه (حداقل-حداکثر)
۸۰٪	قطر برابر سینه (سانتی‌متر)	۳۷۷	۲۹/۷ (±۷/۶)	۵۲-۱۲
	ارتفاع (متر)		۲۰/۵ (±۴/۲)	۳۰-۶
۲۰٪	قطر برابر سینه (سانتی‌متر)	۹۴	۲۸/۱ (±۸/۷)	۴۹-۱۳
	ارتفاع (متر)		۱۹/۶ (±۴/۷)	۳۰-۸
کل	قطر برابر سینه (سانتی‌متر)	۴۷۱	۲۹/۴ (±۷/۹)	۵۲-۱۲
	ارتفاع (متر)		۲۰/۳ (±۴/۳)	۳۰-۶

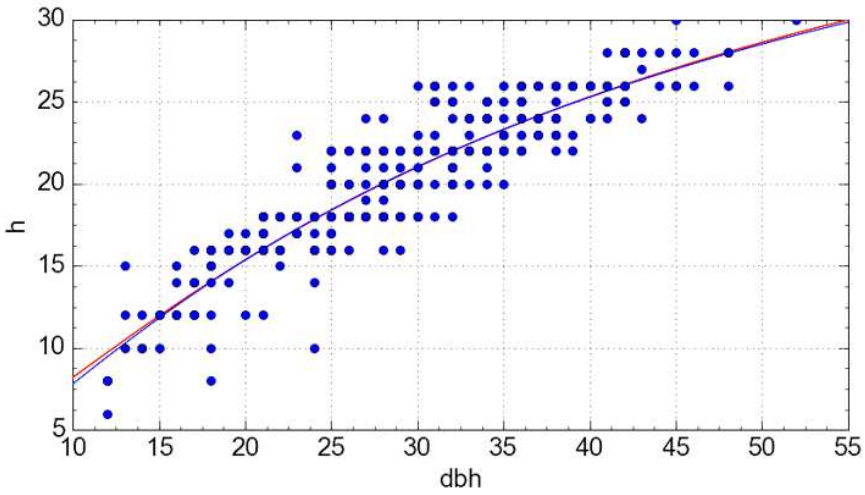
[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

نتایج برازش مدل‌ها نشان داد که پنج مدل شامل مدل‌های لوچ، راتکووسکی، هایپربولیک ۲، هایپربولیک ۳ و مدل هندسی تعدیل‌شده دارای بیشترین ضریب تبیین و کمترین خطایاستاندارد و معیار آکائیک بودند و به‌عنوان بهترین مدل برآورد ارتفاع برحسب این معیارها انتخاب شدند (جدول ۳، شکل ۲). درعین‌حال مدل‌های وایکف، بیتس و لجستیک تعدیل‌شده به‌دلیل کمترین مقادیر ضریب همبستگی (۰/۸۶۸ – ۰/۸۸۳) و ضریب تبیین (۰/۷۷۹ – ۰/۷۵۴) و مقادیر بالای خطای استاندارد (۴/۲۵۸ – ۲/۰۰) به‌عنوان مدل‌های با کمترین توانایی در برآورد ارتفاع درختان بودند.

جدول ۳- ضرایب عددی مدل‌های برآورد شده

رتبه مدل	نام مدل	ضرایب مدل			ضریب همبستگی	ضریب تبیین	خطای استاندارد	معیار آکائیک
		a	B	c				
۱	لوچ (Loetsch)	۲/۵۰۲	۰/۱۴۲	-	۰/۹۱۱	۰/۸۳۰	۱/۷۵۶	۴۲۴/۴۰۶
۲	راتکووسکی (Ratkowsky)	۵۰/۸۰۱	۳۶/۰۱۴	۸/۰۳۹	۰/۹۱۱	۰/۸۲۹	۱/۷۵۸	۴۲۶/۳۹۸
۳	هایپربولیک ۲ (Hyperbolic2)	۲/۲۵۱	۰/۱۴۳	-	۰/۹۱۱	۰/۸۲۹	۱/۷۵۸	۴۲۵/۲۹۰
۴	هایپربولیک ۳ (Hyperbolic 3)	۷۰/۶۰۴	۷۱/۲۹۸	-	۰/۹۱۱	۰/۸۲۹	۱/۷۵۸	۴۲۵/۵۹۴
۵	هندسیتعدیل‌شده (Modified Geometry)	۵۶/۰۲۴	-۸/۶۳۷	-	۰/۹۱۱	۰/۸۳۰	۱/۷۵۶	۴۲۴/۳۲۲

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]



شکل ۲- نمایش مدل‌های برگزیده در منحنی ابر نقاط پراکنش داده‌ها

همچنین نتایج بررسیمدل‌هایانتخاب‌شده بر اساس معیارهای ریشه میانگین مربع خطا (RMSE) درصد ریشه میانگین مربع خطا (RMSE%)، اریبی (Bias) و درصد اریبی (Bias%)، نتایج برازش در مرحله قبل را تأیید کرد و نشان داد که به ترتیب مدل‌های هایپربولیک ۳، راتکووسکی، هندسی تعدیل‌شده، لوچ و هایپربولیک ۲ دارای خطا و اریبی کمتری بوده و با نتایج مشابه نسبت به یکدیگر توانستند ارتفاع را برآورد کنند (جدول ۴؛ شکل ۲).

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

جدول ۴- معیارهای ریشه میانگین مربع خطا (RMSE)، درصد ریشه میانگین مربع خطا (RMSE%)، اریبی (Bias) و درصد اریبی (Bias%) برای پنج مدل برتر

رتبه مدل	نام مدل	RMSE	RMSE%	Bias	Bias%
۱	هایپربولیک ۳ (Hyperbolic 3)	۰/۶۸۳	۳/۱۷۷	-۰/۰۷۶	۰/۳۵۲
۲	راتکووسکی (Ratkowsky)	۰/۶۸۲	۳/۱۹۰	-۰/۲۰۷	۰/۹۶۷
۳	هندسی تعدیل‌شده (Modified Geometry)	۰/۷۰۶	۳/۳۱۱	-۰/۲۴۶	۱/۱۵۴
۴	لوچ (Loetsch)	۰/۷۱۹	۳/۳۷۹	-۰/۳۰۱	۱/۴۱۶
۵	هایپربولیک ۲ (Hyperbolic2)	۰/۷۴۷	۳/۵۱۵	-۰/۳۳۱	۱/۵۵۸

نتایج حاصل از مقایسه بین میانگین ارتفاع برآورد شده بر اساس مدل‌هایانتخاب‌شده با ارتفاع واقعی اندازه‌گیری شده درختان نیز نشان داد که پنج مدل انتخاب‌شده شامل مدل لوچ، راتکووسکی، هایپربولیک ۲، هایپربولیک ۳ و هندسی تعدیل‌شده توانستند ارتفاع را بدون تفاوت معنی‌داری با مقادیر واقعی در سطح ۰/۰۵ برآورد کنند (جدول ۵).

جدول ۵- نتایج آزمون Paired sample t-testبین مقادیر برآورد شده ارتفاع برحسب پنج مدل برتر و ارتفاع واقعی اندازه‌گیری شده

	آماره t	درجه آزادی	سطح معنی‌داری
ارتفاع اندازه‌گیری شده- ارتفاع برآورد شده از مدل لوچ	۰/۸۴۸	۹۳	۰/۳۹۹ ns
ارتفاع اندازه‌گیری شده- ارتفاع برآورد شده از مدل راتکووسکی	۰/۵۰۸	۹۳	۰/۶۱۲ ns
ارتفاع اندازه‌گیری شده- ارتفاع برآورد شده از مدل‌هایپربولیک ۲	۰/۸۴۶	۹۳	۰/۳۹۹ ns
ارتفاع اندازه‌گیری شده- ارتفاع برآورد شده از مدل‌هایپربولیک ۳	۰/۲۶۶	۹۳	۰/۷۹۰ ns
ارتفاع اندازه‌گیری شده- ارتفاع برآورد شده از مدل هندسیتعدیل‌شده	۰/۵۷۴	۹۳	۰/۵۶۸ ns

ns بدون اختلاف معنی‌دار

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

بحث و نتیجه‌گیری

هدف اصلی آماربرداری جنگل، مهیاکردن اطلاعات دقیق و به‌روز برای برنامه‌ریزی، مدیریت منابع جنگلی، توسعه سیاست‌ها و برنامه‌های حفاظتی استکه این تصمیم‌گیری‌ها نیازمند اطلاعات دقیق است (محمدی و شتایی، ۱۳۹۵). مدل‌های آلومتریک به ابزاری مفید برای مدیران جنگل‌ها در کسب این اطلاعات و تصمیم‌گیری‌ها تبدیل‌شده‌اند زیرا نشان‌دهنده شرایطی هستند که گونه‌ها در حال رویش هستند (Piao et al., 2018).

بر اساس نتایج حاصل از مطالعه حاضر، معیارهای برازش مدل‌ها همگی حاکی از توانایی بالا و درعین‌حالیکسان پنج مدل انتخابی برای برآورد ارتفاع درختان در منطقه بودند. به‌طوری‌که مقادیر بالای ضریب همبستگی (r=۰/۹۱۱) و ضریب تبیین (۰/۸۳۰- ۰/۸۲۹) و مقادیر کم پارامترهای خطای استاندارد (۱/۷۵۸ - ۱/۷۵۶)، RMSE (۰/۷۴۷ - ۰/۶۸۲ متر)، درصد RMSE (۳/۵۱۵ - ۳/۱۷۷ درصد)، Bias (۰/۳۳۱- - ۰/۰۷۶-) و درصد Bias (۱/۵۵۸ - ۰/۳۵۲) همگی نشان از این موضوع بود. در این میان مقدار RMSE به‌عنوان مهم‌ترین و عمومی‌ترین معیار برازش مدل در مقایسه با سایر مطالعات بود. دراین‌بارهپیائو و همکاران (Piao et al., 2018) به نقل از کامرونو ویندمیجر(Cameron and Windmeijer, 1997) بیان کردند که معیار ضریب تبیین به‌تنهایی برای مدل‌های رگرسیون غیرخطی کافی نیست و محاسبه پارامترهای دیگر همچون RMSE و AIC نیز برای تعیین یک مدل بهینه ضروری است. مقایسه مقدار RMSE حاصل از پژوهش حاضر با سایر مطالعات برای گونه‌های مختلف نشان داد که در مقایسه بامطالعه محمدی و شتایی (۱۳۹۵) این پارامتر در حدود ۳ متر برای گونه ممرز در جنگل ناهمسال شصت کلاته گزارش شد که بر اساس نتایج آن‌ها مدل‌های هایپربولیک، راتکووسکی، چاپمن - ریچاردز و ویبول بالاترین صحت و کمترین خطا در برآورد ارتفاع را نشان داده بودند و در پژوهش عالمی و همکاران (۱۳۹۷) مقدار RMSE ارتفاع محاسبه‌شده گونه توسکا برابر با ۳-۲ متر بود. مقایسه درصد RMSE با تحقیق عالمی و همکاران (۱۳۹۷) نیز نشان داد که آن‌ها پنج مدل رگرسیونی غیرخطی هندسی، هندسی ۲، هایپربولیک ۳، مورگان-مرسر-فلودین و لگاریتمی با مقدار ضریب تبیین ۰/۸۸ و درصد RMSE برابر با ۷/۹۲ – ۷/۸۱ درصد بهتر توانستند ارتفاع گونه توسکا را در توده‌های طبیعیاین‌گونه پیش‌بینی کنند. بیات و همکاران (۱۳۹۳) مدل پرودان را با RMSE برابر با ۴/۶۸ متر برای گونه راش در منطقه جنگلی گرازبن در خیرود مناسب ارزیابی کردند. ژانگ و همکاران (Zhang et al., 2014) مدل ویبول را برای برآورد ارتفاع گونه *Cunninghamia lanceolata* در چین به‌عنوان مدل با بیشترین صحت معرفی کردندو مقدار RMSE را برابر با ۱/۱۵۵ متر گزارش کردند. در مطالعه پتراس و همکاران (Petras et al., 2014) در توده‌های آمیخته سه گونه نوئل، نراد و راش نشان داده شد که مدل کورف با

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

بیشترین ضریب تبیین (۰/۹۴۸ -۰/۹۴۶) و کمترین RMSE (۱/۹۷ - ۱/۹۴) وBias (۰/۰۶۳ - ۰/۰۳۱-) دارای عملکرد بهتری بود.ناورودیو همکاران (Navroodi et al., 2016) نیز در مطالعه جنگل‌های اسالم استان گیلان مدل Pearl و Reed (۱۹۲۰) را برای پیش‌بینی ارتفاع گونه پلت با RMSE برابر با ۲/۶۹۸ متر مناسب معرفی کردند. ابیو همکاران (Eby et al., 2017) در نتایج خود بیان کردند که مدل‌هایپربولیک ۱، ۲ و ۳ در برازش خوب جواب دادند و این مدل را جزو دسته مدل‌های دارای انعطاف در برآورد ارتفاع معرفی کردند و در مطالعه خود از این مدل‌ها به‌عنوان مدل‌هایی با بیشترین صحت یاد کردند.

عالمی و همکاران (۱۳۹۷) گزارش کردند که کم بودن معیار RMSE را به نوع گونه پهن‌برگیا سوزنی‌برگ، همسال یا ناهمسال، منظم یا نامنظم بودن توده و نوع مدل‌هایمورداستفاده وابسته است و همچنین لومبرس و همکاران (Lumbres et al., 2013) مقادیر منفی برای پارامتر Bias به‌منزله برآورد بیشتر توسط مدل و مقدار مثبت آن به مفهوم پیش‌بینی کمتر از مقدار واقعی توسط مدل دانسته‌اند. بنابر نتایج مطالعه حاضر و منفی بودن مقدار این پارامتر برای پنج مدل انتخاب‌شده می‌توان گفت که مدل‌ها، مقادیر ارتفاع را با دامنه‌ای بین ۰/۳۵۲ تا ۱/۵۵۸ متر بیشتر از مقدار واقعی برآورد کردند.

به نظر می‌رسد که علت اصلی توانایی بالای مدل لوچ نسبت به سایر مدل‌ها در مطالعه حاضر، آن است که در معادله این مدل، پارامتر قطر برابر سینه با توان دوم واردشده است که این موضوع نشان‌دهنده تأثیر بیشتر قطر برابر سینه در معادله این مدل نسبت به سایر مدل‌ها است. همچنین در مطالعه بیات و همکاران (۱۳۹۳) نیز مدل پرودان به‌دلیل داشتن همین ویژگی به‌عنوان بهترین مدل برازش شده، معرفی‌شده بود. مطالعه پارساپور و همکاران (۱۳۹۲) در بررسی روابط آلومتریک در برآورد بیوماس گونه صنوبر در استان چهارمحال و بختیاری نیز نشان داد که متغیر مستقل قطر برابر سینه در مقابل تمامی متغیرهای وابسته موردبررسی برای گونه‌های*P. alba* ،*P. euphratica*×*P. alba* مدل‌هایی با ضریب تبیین ۰/۹۵ و با دقت بسیار خوب ارائه کردند.

تاکنون مطالعات زیادیباهدف پیدا کردن بهترین مدل برای ارتباط بین قطر و ارتفاع ارائه‌شده است، اما بنابر نظر پژوهشگران، مدل‌های رگرسیونی مختلف دارای قابلیت یکسانی در برازش داده‌های قطر برابر سینه و ارتفاع توده‌های مختلف نمی‌باشند و نمی‌توان از مدل یکسانی جهت برازش داده‌های این دو پارامتر در توده‌های مختلف و حتی در مراحل مختلف تحولی توده استفاده کرد. همچنین در بسیاری از این مدل‌های آلومتریک، قطر به‌عنوان متغیر مستقل است و رابطه قطر و ارتفاع تحت شرایط محیطی و شرایط توده مانند همسال یا ناهمسال بودن متغیر هستند و کارایی مختلفی دارند و نتیجه کار دارای صحت‌های مختلفی خواهد بود. بنابراین اساساً برای هر توده و یا هرگونه، مدلی بومی‌شده بنابر شرایط

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

نیاز است. در این‌صورت مدل‌های پیشنهاد شده می‌توانند صحت برآورد بیشتری از ارتفاع درخت داشته باشند. ازاین‌رو کالیبره کردن مدل‌های آلومتریک برحسب نوع گونه در توده‌های خالص بسیار حائز اهمیت است (علیجانی و همکاران، ۱۳۹۶؛ Kalbi et al., 2017). ژانگ و همکاران (Zhang et al., 2014) بسط و گسترش چنین مطالعاتی را به‌ویژه بررسی متغیرهای تکمیلی اضافی مانند شاخص رویشگاه، سن، تراکم توده و ارتفاع از سطح دریا و واردکردن این عوامل در مدل به‌عنوان متغیر وابسته را پیشنهاد کردند تا بتوان بر صحت مدل‌های پیش‌بینی افزود. آن‌ها مدل‌های قطر- ارتفاع را به‌منظور برآورد ساختار عمودی توده جنگلی، بیوماس و ذخیره کربن عاملی ضروری معرفی کردند. درحالی‌که اندازه‌گیری دقیق ارتفاع درختان در توده، پارامتری بسیار زمان‌بر است ازاین‌رو با استفاده از مدل‌های از پیش برازش شده می‌توان با اندازه‌گیری تعداد محدودی قطر با صحت مناسبی به ارتفاع توده نیز دست‌یافت. بنابراین پیش‌بینی می‌شود که به‌ویژه این موضوع برای توده‌های خالص از یک‌گونه در سطح درختکاری‌ها با صحت بیشتری همراه خواهد بود.

با توجه به نتایج حاصل از مطالعه حاضر که نشان‌دهنده عدم معنی‌داری اختلاف بین ارتفاع واقعی اندازه‌گیری شده درختان صنوبر و ارتفاع برآورد شده این درختان براساس مدل‌های رگرسیونیغیرخطی لوچ، راتکووسکی، هایپربولیک ۲ و ۳ و مدل هندسیتعدیل‌شده بودند، نشان از توانایی بالای این مدل‌ها در برآورد ارتفاع بود. انتظار می‌رود که با انجام مطالعات مشابه و تحقیقات تکمیلی برای سایر توده‌های این‌گونه در مناطقی با اختلافات محیطی با نتایج قابل استنادتری به‌منظور کاهش حجم کار آماربرداری در درختکاری‌هایاین‌گونه دست‌یافت. پیشنهاد می‌شود که تا مدل‌ها و الگوریتم‌های دیگری نیز برای برآورد ارتفاع گونه صنوبر به‌کار گرفته و با نتایج تحقیق حاضر مقایسه شوند تا بتوان با استفاده از این مدل‌ها گام را فراتر نهاده و به‌صورت عملیاتی در سطح درختکاری‌ها استفاده شوند.

این تحقیق باهدف ارزیابی کارایی مدل‌های آلومتریک در برآورد ارتفاع و براساس ۳۲ مدل آلومتریک انجام شد. نتایج نشان داد که پنج مدل لوچ، راتکووسکی، هایپربولیک ۲، هایپربولیک ۳ و هندسیتعدیل‌شده به‌عنوان بهترین مدل‌های آلومتریک برآورد ارتفاع درختان صنوبر در درختکاری منطقه موردمطالعه توانستند ارتفاع درختان را با حداقل مقدار خطا، حداکثر صحت و بدون اختلاف معنی‌داری با ارتفاع واقعی برآورد کنند، در مقابل مدل‌های وایکف، بیتس و لجستیک تعدیل‌شده مدل‌های با کمترین توانایی در برآورد ارتفاع درختان صنوبر در منطقه موردمطالعه بودند. درنهایت پیشنهاد می‌شود که به‌منظور دستیابی به مدل‌های پیش‌بینی با صحت بالاتر، پتانسیل استفاده از این مدل‌ها در مراحل مختلف رویشی درختان در درختکاری‌ها نیز در مطالعات آتی بررسی شود.

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

منابع

بیات، م.، نمیرانیان، م.، زبیری، م. ۱۳۹۳. ارائه مدل‌های حجم، ارتفاع و تولید چوب درگونه راشبر اساس تغییرات حجمی و تعداد در یک دوره نه ساله (مطالعه موردی: بخشگر از بنجنگلخیرود). جنگل و فرآورده های چوب، مجله منابع طبیعی ایران، ۶۷ (۲): ۴۲۳-۴۳۵.

پارساپور، م.ک.، سهرابی، ه.، سلطانی، ع.، ایرانمنش، ی. ۱۳۹۲. روابط آلومتریک به‌منظور برآورد زیتوده چهار گونه صنوبر در استان چهارمحال و بختیاری، تحقیقات جنگل و صنوبر ایران، ۲۱ (۳): ۵۱۷-۵۲۸.

پربار، س.، حسین‌زاده، الف.، حجاریان، م. ۱۳۹۶. اولویت‌بندی صنایع چوب و کاغذ استان کردستان با هدف بهسازی زنجیره ارزش چوب صنوبر، علوم چوب و کاغذ ایران، ۳۲ (۲): ۱۸۱-۱۹۲.

حسین‌زاده، الف.، حجاریان، م.، پربار، س. ۱۳۹۵. تحلیل ضریب تجمع زنجیره ارزش فرآوری چوب صنوبر در ایران، صنایع چوب و کاغذ ایران، ۷ (۱): ۱۴۱-۱۵۴.

دریایی، الف.، سهرابی، ه. ۱۳۹۴. برآورد زیتوده روی زمین درختان کم قطر ممرز، راش و انجیلی با استفاده از مدل رگرسیون توانی، پژوهش‌های علوم و فناوری چوب و جنگل، ۲۲ (۲): ۱۳۷-۱۵۰.

زبیری، م. ۱۳۷۹. آماربرداری در جنگل (اندازه‌گیری درخت و جنگل)، انتشارات دانشگاه تهران، ۴۰۰ صفحه.

عالمی، الف.، اولادی، ج.، فلاح، الف.، مقصودی، ی. ۱۳۹۷. ارزیابی مدل‌های غیرخطی قطر - ارتفاع گونه توسکا در جنگل‌های هیرکانی (مطالعه موردی: جنگل رضاییان)، فصلنامه اکوسیستم‌های طبیعی ایران، ۹ (۲):۱-۱۲.

علیجانی، و.، نمیرانیان، م.، فقهی، ج.، بزرگی حداد، الف.، اعتماد، و. ۱۳۹۶. بررسیمدل‌های قطر و ارتفاع در مراحل تحولی مختلف جنگل‌های مدیریت نشده راش (مطالعه موردی: جنگل آموزشی و پژوهشی خیرود)، علوم و تکنولوژیمحیط‌زیست (چاپ آنلاین چکیده).

محمدی، ج.، شتایی، ش. ۱۳۹۵. بررسی مدل‌های مختلف قطر- ارتفاع ممرز (*Carpinus betulus* L.) درتوده‌های جنگلی ناهمسال شصت کلاته گرگان، تحقیقات جنگل و صنوبر، ۲۴ (۴): ۷۰۰-۷۱۲.

Bates, D.M., Watts, D.G. 1980. Relative curvature measures of nonlinearity. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 42: 1–16.

Buford, M.A. 1986. Height–diameter relationship at age 15 in loblolly pine seed sources. Forest Science, 32: 812–818.

Burk, T.E., Burkhart, H.E. 1984. Diameter distributions and yields of natural stands of loblolly pine. Blacksburg, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg Publishing: 46.

Burkhart, H.E., Strub, M.R. 1974. A model for simulation of planted loblolly pine stands. In: Fries J. (ed.): Growth Models for Tree and Stand Simulation. Stockholm. Royal College of Forestry, Research Note, 30: 128–135.

Cameron, A.C., Windmeijer, F.A.G. 1997. An R-squared measure of goodness of fit for some common nonlinear regression models. Journal of Economy, 77: 329–342.

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

Chapman, D.G. 1961. Statistical problems in dynamics of exploited fisheries populations. In: Neyman J, editor. Proceedings of the 4th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Vol. 4, 1 53–1 68. Berkeley, CA: University of California Press.

Curtis, R.O. 1967. Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth Douglas-Fir. Forest Science, 13: 365 –375.

Eby, M., S.O. Oyamakin, Chukwu, A.U. 2017. A new nonlinear model applied to the height-DBH relationship inGmelina arboreaWayne. Forest Ecology and Management, 397: 139–149.

Ercanli, I., Gunlu, A., Baskent, E.Z. 2015. Mixed effect models for predicting breast height diameter from stump diameter of Oriental beech in Gölda˘g. Scientia Agricola, 72(3): 245-251.

Farr, W.A., De Mas, D.J., Dealy, J.E. 1989. Height and crown width related to diameter for open-grown western hemlock and Sitka spruce. Canadian Journal of Forest Research, 19: 1203–1207.

Guo, X., Zhang, X. 2010. Performance of 14 hybrid poplar clones grown in Beijing, China. Biomass and Bioenergy, 34: 906–911.

Huang, S., Titus, S.J., Wiens, D.P. 1992. Comparison of nonlinear height–diameter functions for major Alberta tree species. Canadian Journal of Forest Research, 22(9): 1297-1304.

Kalbi, S., Fallah, A., Bettinger,P.Shataee, S., Yousefpour, R. 2017. Mixed-effects modeling for tree height prediction models of Oriental beech in the Hyrcanian forests. Journal of Forest Research, 29: 1195-1204.

Larson, B.C. 1986. Development and growth of even-aged stands of Douglas-fir and grand fir. Canadian Journal of Forest Research, 16: 367–372.

Larsen, D.R., Hann, D.W. 1987. Height-diameter Equations for Seventeen Tree Species in Southwest Oregon. Oregon State University, Increment for Models of Forest Growth. Research Paper INT-164, Published by U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Intermountain Forest and Range Experiment Station, Ogden, Utah, USA, 23p

Loetsch, F., Zöhrer, F., Haller, K.E.1973. Forest Inventory. Munich, BLV Verlagsgesellschaft: 469.

Lumbres, R.I.C., Y.J. Lee, F.G. Calora Jr & M.R. Parao, 2013. Model fitting and validation of six height–DBH equations for Pinus kesiya Royle ex Gordon in Benguet Province, Philippines. Forest science and Technology, 9(1): 45-50.

Meyer, H.A. 1940. A mathematical expression for height curves. Journal of Forestry, 38: 415–420.

Moffat, A.J., Matthews, R.W., Hall, J.E. 1991. The effects of sewage sludge on growth and foliar and soil chemistry in pole-stage Corsican pine at Ringwood Forest, Dorset, UK. Canadian Journal of Forest Research, 21: 902–909.

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

Navroodi, I.H., Alavi, S.J.,Ahmadi, M.K., Radkarimi, M. 2016. Comparison of different non-linear models for prediction of the relationship between diameter and height of velvet maple trees in natural forests (Case study: Asalem Forests, Iran). Journal of Forest Science, 62(2): 65-71.

Pearl, R., Reed, L.J. 1920. On the rate of growth of the population of United States since 1790 and its mathematical representation. Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America, 6: 275–288.

Petras, R., Bošeľa, M., Mecko, J.,Oszlányi, J., Popa, I.2014. Height-diameter models for mixed-species forests consisting of spruce, fir, and beech. Folia Forestalia Polonica, Series A, 56(2), 93–104.

Piao, D., Kim,M., Choi, G.M., Moon, J., Yu,H., Lee, W.K., Wang, S.W. , Jeon, S.W., Son, Y., Son, Y.M., Cui, G. 2018. Development of an Integrated DBH Estimation Model Based on Stand and Climatic Conditions. Forests 9(155): 1-18.

Prodan, M. Gardiner, S.H. 1968. Forestbiometrics. Pergamon Press, Oxford, 447 p.

Ratkowsky, D. 1990. Handbook of nonlinear regression models. Marcel Dekker, New York, NY.

Ratkowsky, D.A., Reedy, T.J. 1986. Choosing near-linear parameters in the four-parameter logistic model for radioligand and related assays. Biometrics, 42: 575-582.

Richards, F.J. 1959. A flexible growth function for empirical use. Journal of Experimental botany, 10: 290 –300.

Saramaki, J. 1992. Growth and yield prediction model of Pinus kesiya (Royle Ex Gordon) in Zambia. Forestelia Fennica Acta, 230, 68.

Schnute, J. 1981. A versatile growth model with statistically stable parameters. Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences, 38(9): 1128-1140.

Schreuder, H.T., Hafley, W.L., Bannett, F.A. 1979. Yield prediction for unthinned natural slash pine stands. Forest Science, 25: 25–30.

Sibbesen, E. 1981. Some new equations to describe phosphate sorption by soils. European Journal of Soil Science, 32: 67–74.

Stage, A.R. 1963. A mathematical approach to polymorphic site index curves for grand fir. Forest Science, 9(2): 167-180.

Stage, A.R. 1975. Prediction of height increment for models of forest growth. Research Paper INT-164. Ogden, Inter mountain Forest and Range Experiment Station, USDA Forest Service: 20.

Stoffels, A., Van Soest, J. 1953. The main problems in sample plots. 3. Height regression. Ned Bosbouwtijdschr, 25: 190- 199.

Watts, S.B. 1983. Forestry Handbook for British Columbia. 4th Ed. Vancouver, University of British Columbia: 773.

Winsor, C.P. 1932. The Gomperz curve as growth curve. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 18: 1-8.

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]

Wykoff, W., Crookston, N., Stage, A.1982. User's guide to the stand prognosis model. Ogden, Utah: US.

Yang, R.C., Kozak, A., Smith, J.H.G.1978. The potential of Weibull type functions as flexible growth curves. Canadian Journal of Forest Research 8(4): 424-431.

Zeide, B. 1989. Accuracy of equations describing diameter growth. Canadian Journal of Forest Research, 19(10): 1283- 1286.

Zhang, X., Duan, A., Zhang, J., Xiang, C. 2014. Estimating Tree Height-Diameter Models with the Bayesian Method. The Scientific World Journal, 3:683-691.

[Downloaded from pec.gonbad.ac.ir on 2026-11-03]